Iniciación Práctica a la Lógica de Primer Orden

Lógica de Predicados *Lógica Cuantificacional*

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

$[(\forall x)(Mx \rightarrow Hx)]$ $[(\forall x)(Mx \rightarrow {\sim}Hx)]$

Dra. Diana Lizbeth Ruiz Rincón

$[(\exists x)(Mx \wedge Hx)]$ $[(\exists x)(Mx \wedge {\sim}Hx)]$

Octubre, 2020

INICIACIÓN PRÁCTICA A LA LÓGICA DE PRIMER ORDEN

DIANA LIZBETH RUIZ RINCÓN

Universidad Autónoma de Chiapas
Blvd. Belisario Domínguez km 1081, sin número, colonia Terán,
CP 29050, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas. México

ISBN: 978-607-561-055-9

Ésta obra fue revisada por pares académicos

Esta obra su publicó con el financiamiento del *Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación del Estado de Chiapas.*

Impreso y hecho en México

Tabla de contenido

Prólogo

La obra que la Dra. Ruiz Rincón nos ofrece ahora expresa en unidad el conjunto de actividades que dan vida a la Universidad Autónoma de Chiapas como un agente social comprometido con la transformación de las condiciones que nos permitan mejorar la vida de los chiapanecos del siglo XXI. Convencido del carácter crítico-emancipatorio de la experiencia humanista del conocimiento, y de la necesidad de una comprensión científica de la realidad, no puedo dejar de celebrar la aparición de un material que, a la vez que claro resulta profundo. A través de las diversas actividades –planeadas con los mejores criterios pedagógicos –podemos adentrarnos en el universo de símbolos, significados, usos, reglas y trucos, con los cuales avanzamos en la obtención del lenguaje con el cual filósofos y matemáticos suelen formalizar sus demostraciones. Pero, lo que se nos presenta como una *Iniciación práctica* resulta algo más que un simple manual al uso para el aprendizaje de la lógica matemática moderna.

En este sentido, el trabajo de Ruiz, es atractivo para los docentes o estudiantes de los niveles medio superior o superior, de cualquier clase de institución, pues en nuestro estado tal campo disciplinar suele ser cubierto por docentes poco preparados en esta área fundamental. Pero también resulta una gran aportación para aquellos interesados en los núcleos problemáticos propios de la disciplina. Señalaré tres ejes centrales que tradicionalmente han sido explorado por lógicos y matemático cuando se cuestionan sobre la naturaleza de la actividad que están desarrollando. Por un lado, el relacionados con la *expresividad* del lenguaje lógico; por otro, la noción de *consecuencia lógica*. Además de la lectura silogística que se ofrece sobre los razonamientos.

Discutir cada una de estas preocupaciones en este prólogo no es algo que se pueda sugerir, aunque el lector atento podrá encontrar ciertos gestos. Me limitaré a enumerar algunos: aceptación de una semántica fregeana (existencia de proposiciones/significado basado en valores veritativo funcionales); o la interpretación intuitiva de los conjuntos; por no dejar de señalar la aceptación de una versión de argumento correcto basada en la noción de consecuencia lógica, cosa que ha sido criticada por John Etchemendy (1990). Sería imprudente también omitir la sugerente vía de acceso al cálculo de predicados a través de una versión de la silogística aristotélica, aspecto este último, que no siempre es bien apreciado por los manuales de lógica más comunes actualmente.

Por último, una apreciación subjetiva, si todavía significa algo ese término. No hay mejor comentario que publicar algo *a contrapelo* del oscuro destino al que parecen condenadas las ideas, sudor y lágrimas, de estudiantes, académicos, autoridades universitarias, administrativos y la sociedad en su conjunto que permiten el crecimiento de la filosofía en nuestro estado, aun cuando parezca una flor de plástico cultivada en invernadero. Mi enhorabuena sincera al esfuerzo personal de

Ruiz en favor de que la producción de las academias universitarias se traslade a sus verdaderos beneficiarios, más allá del registro y promoción de estímulos, o del degradante ascenso en la academiocracia.

Mtro. Francisco Javier González Rivas
Octubre, 2020

Introducción

Siguiendo la ruta de proyectos de investigación previos registrados con recursos propios como: “Lógica de primer orden, espacios para el fortalecimiento de su didáctica (Clave: 04/HUM/RPR/004/20)”, “Formación lógica y Filosófica, su didáctica y difusión en el Nivel Medio Superior en Chiapas (Clave: 04/HUM/RPR/350/19)”, y “Fortalecimiento de la enseñanza de la lógica en la Licenciatura en Filosofía (Clave: 04/HUM/RPR/273/17)”. Éstos proyectos buscan abonar a la Línea de Generación y Aplicación del Conocimiento: **Lógica, Epistemología y Filosofía Aplicada**, del Grupo Colegiado de Investigación **“Filosofía”**. La formación lógica, como herramienta fundamental del filósofo, no encuentra suficiente eco en la malla curricular del Plan de Estudios de la Licenciatura en Filosofía de la Universidad Autónoma de Chiapas, por ello, insistimos en estos esfuerzos.

Los alcances de esta obra están situados en su planteamiento didáctico, buscando con ello que, toda aquella persona con nulos o incipientes nociones de lógica encuentre en este texto, las herramientas necesarias para evaluar sus propios razonamientos.

Por ello es imperativo traer a cuenta a la lógica contemporánea, a partir del tratamiento realizado a las formas de expresión del pensamiento en los distintos niveles u órdenes del lenguaje a los cuales avoca sus métodos y principios. En este sentido, los diversos niveles de abstracción de los lenguajes formales y sus respectivos sistemas, podemos distinguirlos por el orden que ocupan. Recuerda que, la lógica, como disciplina filosófica que, estudia los métodos y principios que nos permitirá distinguir entre los razonamientos correctos e incorrectos, dotándonos de herramientas que nos ayude a mejorar la forma en la que razonamos, trabaja (en su dimensión formal) con propiedades estructurales internas de los enunciados que constituyen la forma de un argumento (deductivo).

Para ello, el lenguaje formal va requiriendo cada vez de mayor poder expresivo que le permita, por un lado, analizar y representar la estructura de los enunciados, pero también, las propiedades predicativas de dichos enunciados, todo ello en el marco de las formas de razonamiento o las formas argumentales.

El primer capítulo presenta el punto de partida de esta obra, introduciendo al lector al tema del lenguaje formal en la lógica, y su valor expresivo para la analítica de diversas formas de razonamiento. El segundo capítulo está dedicado al *Lenguaje de Orden Cero* (L_0), esto es, a la lógica proposicional; empleada como puente para la presentación de la representación simbólica de las proposiciones. Lo anterior sin perder de vista que, nuestro punto de inflexión es, precisamente, la silogística aristotélica; pues, en nuestro tercer y último capítulo, nos avocamos al estudio introductorio del *Lenguaje de Primer Orden* (L_1), mediante la formalización de las expresiones enunciativas categóricas y las formas silogísticas, iniciando así nuestra aventura por la lógica cuantificacional.

Capítulo I: Analítica de enunciados moleculares

El inicio de esta obra… la tarea del filósofo, y en especial del lógico que, tiene que dirigir los esfuerzos de su encuentro con los estudiantes, a facilitar la trayectoria generando con ello un modelo que permita no solo transmitir conocimiento, sino diseñar herramientas que faciliten la socialización desde el ámbito de la didáctica.

En este primer capítulo, dirigiremos nuestra atención a la silogística aristotélica, a la práctica a partir de sus 15 figuras válidas y los enunciados categóricos que las constituyen, pues, lo que buscaremos será hacer un primer esfuerzo por representar la estructura del razonamiento silogístico con las herramientas de la lógica proposicional que, baste decir que, podría presumir de haber superado la silogística. Empero, un modelo lógico más específico y de mayor poder analítico y expresivo, nos permitirá un análisis de dichos razonamientos. No ahondaremos más pues, a ello entraremos en el tercer capítulo de nuestro texto.

Otro aspecto a desarrollar será precisamente el esbozo de la modelación del lenguaje de orden cero y, desde el afán de no volcar oscuro el lenguaje descriptivo de esta herramienta didáctica, nos limitaremos a señalar que, dadas las problemáticas derivadas del uso del lenguaje natural, fue necesario desarrollar un lenguaje formal, teniendo como muestra el lenguaje matemático.

1.1 Nuestro punto de partida

Partimos de un trabajo inmediatamente previo, la *Silogística y el cuadro de oposición aristotélico* (Ruiz Rincón, 2020), material didáctico diseñado para constituirse como una introducción a la lógica aristotélica, específicamente su silogística. Pero recordemos, dicha lógica evalúa los razonamientos silogísticos expresados en un lenguaje natural, y al tratarse de un lenguaje cuyos términos pueden resultar vagos, ambiguos u obscuros, vuelve problemático el análisis de argumentos que pueden inclusive guardar connotaciones de orden emocional o apelaciones indebidas. Para ello, es necesario buscar un lenguaje que, facilite el análisis, no tanto del contenido, sino de las formas de los argumentos.

Para ello, el lenguaje de las matemáticas ofrece un marco sintáctico en el que las expresiones del lenguaje se abstraigan, como contenido susceptible de ser juzgado o afirmado. En este sentido, para Gottlob Frege (filósofo alemán, matemático y lógico, fundador de la lógica moderna) *el objeto de la lógica es la noción de verdad y sus leyes. La lógica nos dice, no qué proposiciones son verdaderas, sino cómo inferir de tal manera que, si las proposiciones que consideramos verdaderas lo son en realidad (…)* (Frege, 2016, pág. 30)

Entendamos pues, por “Lógica Clásica” a la desarrollada por Aristóteles; y por “Lógica Moderna” a la que transforman al lenguaje natural por el lenguaje formal, propuesta por lógicos como Leibniz, Frege, etc.

1.2 Propuesta formalista

Podemos iniciar este apartado con una pregunta: ¿cuál es la apuesta de una propuesta formalista? Pues bien, tal como cerrábamos el apartado anterior, el uso del lenguaje natural puede suponer la generación de acuerdos y desacuerdos a partir de los marcos semánticos que cada agente epistémico posee.

En este sentido, los “malos” entendidos pueden propiciar disputas que pueden ser superadas aclarando los términos, sin embargo, cuando a pesar de haber aclarado los términos que contiene nuestra opinión, el desacuerdo persiste, entonces se vuelve imperativo argumentar. Dicho así, nuestro proceso argumentativo deberá cumplir ciertas reglas y principios que permitan articular las razones en torno a nuestras creencias u opiniones de manera ordenada, coherente y correcta.

Así, la forma en la que se estructuran nuestros razonamientos, arrojan luz respecto a las particularidades de las formas argumentales, entendiendo ya a éstas como un conjunto ordenado de símbolos entre los que encontramos: conectivos lógicos, variables proposicionales y, signos de agrupación. Así, la expresabilidad de la notación simbólica dependerá del nivel de análisis realizado a las proposiciones que conforman, ya sean las premisas o la conclusión, como la estructura de dicho argumento.

Para ello, es preciso centrarnos en el análisis de los lenguajes y sus distintos niveles, cuya exposición general se desarrollará a continuación.

1.3 Los lenguajes y sus niveles

Cuando hablamos del lenguaje en el ámbito de la lógica, y especialmente en lo tocante a la lógica formal, debemos tener claro que, encontraremos principalmente los modelos de la *Lógica Proposicional* (LP) y la *Lógica de Predicados* (LPd). A la LP también la conoceremos como *Lógica de orden cero* (L_0), y esto se debe a que el nivel de abstracción del lenguaje formal se centra en el valor veritativo funcional de los conectivos lógicos y no, en el análisis de la forma enunciativa como tal.

En el “Manual de lógica elemental”, se presenta, al iniciar la tercera parte dedicada a la lógica de predicados, una síntesis de los órdenes lógicos correspondientes a diversos niveles de abstracción de los lenguajes lógicos formales y sus respectivos sistemas. Y refiriendo a sus autores, a letra sigue:

> […] Así, es útil distinguir entre:
>
> 1. *Lenguajes de orden cero* (L_0). Aquellos donde los enunciados simples o atómicos no se analizan en partes más simples y en la determinación de la corrección del razonamiento sólo se consideran los conectores. Este es el lenguaje L_0 que se empleó en la lógica proposicional.
> 2. *Lenguajes de primer orden*(L_1). En éstos se analizan los enunciados atómicos en partes más simples, en partes subenunciativas o subatómicas. Además de los conectores se añaden los nuevos operadores lógicos de cuantificación que se aplicarán a los individuos,

los cuales son designados por una de las partes lógicas subenunciativas.

3. *Lenguajes de segundo orden* (L_2). Aquí la cuantificación se extiende a los predicados. Se pueden cuantificar tanto individuos como predicados. (Lozano González & Pérez Armendáriz, 2016, pág. 232)

Los autores realizan una suerte de síntesis de los órdenes del lenguaje en función de los niveles de abstracción, no con ello agotando la presentación de otros sistemas o modelos lógicos desarrollados para probar la correctud de los razonamientos.

1.4 La proposición

La proposición, como aquello que se afirma, habrá de componer la estructura de los argumentos cuyo análisis nos permitirá distinguir los razonamientos correctos de los incorrectos. En lógica formal como informal, estos temas son relevantes pues permitirán transitar con mayor "naturalidad" de la lógica de enunciados o proposicional, a la lógica de predicados o Cuantificacional; Esto es, del L_0 al L_1.

Veamos: la proposición es una aseveración que, en términos de Copi y Cohen (2011): *afirma que algo es o no es el caso*. No hablamos en términos correspondentistas (la correspondencia entre expresión y realidad), sino en el sentido de la expresión consigo misma. Cuya naturaleza, en tanto portadora de verdad (que puede ser verdad o no ser verdad) en un sentido básico.

La *proposición*: **Pedro es leal**, será verdadera sí y solo si, **Pedro es leal**. Sin entrar en discusión semántica sobre lo que lealtad puede significar, en un sentido literal o inclusive metafísico.

Dicha proposición puede reemplazarse por una variable proposicional: **P**, entonces:

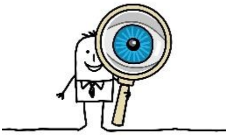
Pedro es leal = P

Por último, la proposición, dentro de una forma argumental será designada de cualquiera de las siguientes dos maneras:

i) Cuando la o las proposiciones sean las razones que apoyan a la afirmación principal, se llamarán: **premisas**.

ii) Cuando la proposición sea la afirmación principal, se llamará: **conclusión.**

<u>Observa con detenimiento:</u>



1. Todos los hombres son mortales
   Sócrates es hombre
   Luego, Sócrates es mortal

2. Si la lógica es difícil, entonces merece la pena estudiarla
   La lógica es difícil
   Luego, merece la pena estudiarla

Las proposiciones encerradas en el recuadro azúl ( ) serán entonces, las **premisas**; mientras que, la proposición encerrada en el cuadro rojo ( ) será la **conclusión**. Esto es, no dejan de ser proposiciones, pero, de acuerdo a la función que desepmeñan dentro de la forma de un argumento, serán o bien *premisas* o bien, *conclusión*.

Capítulo II: Lenguaje de Orden Cero (L_0)

No se espante querido lector, hablamos de lógica proposicional. Tal como se expresó en el capítulo anterior, el análisis del lenguaje de orden cero (L_0) se realiza a nivel de las proposiciones, es decir, los enunciados atómicos o proposiciones simples no se descomponen en sus partes más simples y, más bien, se determina si un razonamiento es correcto a partir de las condiciones dadas por los conectivos lógicos.

2.1 LP o Lógica de Orden Cero

La lógica proposicional se centra en el análisis de la estructura de un argumento, donde es posible demostrar la validez a partir de la deducibilidad de la aplicación de ciertas formas argumentales válidas conocidas como reglas de inferencia, y de formas argumentales equivalentes conocidas como las reglas de reemplazo.

La lógica proposicional es modelo más elemental en lo que al análisis de argumentos se refiere, pero ello no significa que sea irrelevante, todo lo contrario, su conocimiento y, principalmente su conocimiento práctico o aplicado, nos dará las herramientas básicas para conocer otros modelos lógicos para la evaluación de razonamientos, como: la lógica de predicados o cuantificacional, la lógica modal, la lógica informática, etc.

Tomemos en cuenta lo siguiente: ya que nuestro punto de partida fue la silogística aristotélica, veamos algunos ejemplos de formalización de argumentos silogísticos categóricos siguiendo los principios de la simbolización de la lógica proposicional:

Frente a la forma del silogismo categórico **DARII**[1], tenemos un conjunto de enunciados que forman un argumento en el siguiente orden:

Premisa mayor:	Todos los humanos son mortales
Premisa menor:	Sócrates es humano
Conclusión:	Sócrates es Mortal

Cada una de las proposiciones[2] es representada por una variable proposicional, por ejemplo:

Todos los humanos son mortales	**P**
Sócrates es humano	**Q**
Luego, Sócrates es mortal	**R**

[1] Si quieres aprender sobre silogística, consulta (Ruiz Rincón D. L., Silogística aristotélica y cuadro de oposición. Herramienta complementaria para la didáctica de la lógica, 2019)

[2] Recuerda que, las proposiciones, dentro de una forma argumental serán nombradas de acuerdo a la función que ocupan dentro de la estructura del argumento. Cuando la o las proposiciones son el apoyo o las razones que buscan justificar una idea central, se llamarán premisas; mientras que, cuando la o las proposiciones constituyan la idea o afirmación central, será la conclusión.

La forma argumental del silogismo, en el L_0 será la siguiente:

P

Q

:. R

Así, y siguiendo los principios de la lógica proposicional, estaríamos frente a una forma argumental incorrecta pues la conclusión no se sigue de las premisas[3]. Esto es, al tratarse de proposiciones simples, donde cada una de las proposiciones está afirmando contenidos diferentes, no es posible, desde la lógica proposicional, evaluar éste argumento.

Esto es, la afirmación ***Todos los humanos son mortales***, es una proposición cuyo contenido expresa una idea distinta al enunciado ***Sócrates es humano***, y lo mismo sucede con la conclusión: ***Sócrates es mortal***. Veamos este ejemplo ahora a la luz de la estructura del argumento, en el que tenemos dos premisas que están apoyando la conclusión (Sócrates es mortal). Sería permitido entonces elaborar una proposición compuesta, partiendo de las proposiciones simples que tenemos en el ejemplo y afirmar:

Todos los humanos son mortales y Sócrates es mortal

[3] Ojo con la noción de consecuencia lógica

La anterior afirmación, o proposición compuesta no se contrapone con ninguno de los principios o leyes lógicas en tanto ambas premisas no se excluyen mutuamente, sino más bien *conjuntamente* conforman el corpus del argumento.

De esta manera, estamos afirmando **P** y **Q**. pero de ello no se sigue que sea suficiente para demostrar la validez de la forma argumental de nuestro ejemplo, que se expresaría formalmente de la siguiente manera:

(P^Q) :.R o **(P^Q)→R**

Lo que sí es posible notar es la presencia de conectivos lógicos: la conjunción (^) y la condicional (→). Ya hemos presentado en otros textos los valores de verdad de los conectivos lógicos, tanto del monádico (la negación) como los diádicos (conjunción, disyunción, condicional y bicondicional).[4] Al encontrarnos pues, frente a razonamientos con una estructura silogística, tendríamos que, procurando mantener la idea central del argumento, parafrasear la estructura buscando ajustarla a las reglas gramaticales del L_0 para su respectivo análisis o demostración.

Por ejemplo:

Todos los humanos son mortales. Si todos los humanos son mortales, y Sócrates es humanos, entonces Sócrates es mortal. Sócrates es humano. Luego, Sócrates es mortal.

---

[4] Véase (Ruiz Rincón D. L., Elementos Básicos de la Lógica Matemática, 2017)

Habríamos agregado pues, tres premisas para estructurar nuestro argumento a la forma de un argumento válido, o correcto, quedando de la siguiente manera:

Premisa 1	P
Premisa 2	$(P \wedge Q) \rightarrow R$
Premisa 3	Q
Conclusión	:.R

Lo anterior supondría poner en riesgo el sentido de nuestro argumento mismo y, dado que la lógica, considerada como una herramienta, tiene como uno de sus objetivos no sólo auxiliarnos en el análisis y demostración de la correctud de nuestros razonamientos, también busca simplificarnos las tareas y no complicarlas al obligarnos a modificar, reestructurar e incluso reinterpretar las formas argumentales de tal manera que, se ajusten a los criterios de análisis que emplea la lógica proposicional.

Lo que tenemos es, pues, una forma argumental constituida por distintas afirmaciones que se representan mediante las proposiciones atómicas. **Recordemos:** *las proposiciones simples o atómicas serán aquellas que tengan a un sujeto (directo o indirecto) del cual se predique una y solo una propiedad o atributo.*

2.2 Proposiciones simples

Hemos dejado claro pues, que las proposiciones son enunciados que afirman que algo es o no es el caso. Esto quiere decir que, deben expresarse de manera declarativa. Por ejemplo:

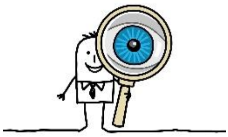
"Llueve", es una proposición simple pues, sujeto y predicado están contenidos en el mismo término.

Los enunciados "Llueve" o "Está lloviendo", expresan el mismo contenido semántico. Y pueden ampliarse los contenidos expresados formalmente, de modo independiente al idioma en el que se manifieste. Por ejemplo:

Está lloviendo It´s raining Es regnet

Resultan proposiciones que, independientemente del idioma en el que se expresen en el lenguaje natural, su representación formal estará simbolizada por una variable proposicional.

Veamos:



Está lloviendo

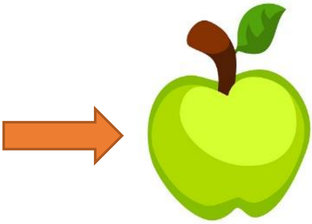
It´s raining **P**

Es regnet

"P" sería la variable proposicional que habría de sustituir la expresión o enunciado "Está lloviendo" con independencia del idioma en el que haya afirmado.

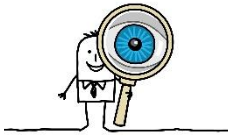
Veamos el siguiente ejemplo:

La manzana es verde



El *término* **manzana** será el sujeto de nuestro enunciado, mientras que el *término* **verde**, será el predicado de nuestra oración. En este sentido, **la manzana es verde** será un enunciado o proposición simple o atómica.

<u>Observa con atención:</u>



El enunciado: **la manzana es verde**, no tiene ninguna partícula que nos indique algún conectivo lógico. Pero, si ese mismo enunciado estuviera negado, es decir que se afirmara lo siguiente: **la manzana <u>no</u> es verde**; entonces, estaríamos frente a una proposición, también atómica o simple, pero con el conectivo monádico, que sería la *negación*.

En este sentido, la propiedad veritativa funcional de los conectivos podríamos entenderla respecto a si es o no es el caso de aquello que se afirma. Retomemos el ejemplo de la manzana de la discordia.

Nuestra afirmación, que es:

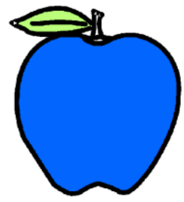
La manzana es verde

<u>Es una afirmación verdadera</u> pues, si puedes observar el dibujo de la manzana, podrás verificar que de hecho es verde. Esto quiere decir que, la afirmación **la manzana es verde**, es <u>verdad</u> en tanto se corresponde la expresión enunciativa (la afirmación) con la realidad o el hecho que está afirmando.

Pero, ¿qué pasa cuando la manzana es de otro color?

Nuestra afirmación, que es:

La manzana es verde

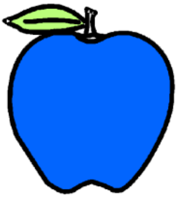


<u>Es una afirmación falsa</u> pues, si puedes observar el dibujo de la manzana, podrás verificar que no es verde. Esto quiere decir que, la afirmación **la manzana es verde**, es <u>falsa</u> en tanto no se corresponde la expresión enunciativa (la afirmación) con la realidad o el hecho que está afirmando.

Cómo podríamos entonces, buscar que nuestra afirmación sea verdadera si sabemos de hecho que, la manzana a la que nos referimos no es verde. Pues bien, afirmando que no es el caso.

Nuestra afirmación, quedaría así:

La manzana no es verde



Es una afirmación, aunque negada, es verdadera pues, si puedes observar el dibujo de la manzana, podrás verificar que no es verde. Esto quiere decir que, la afirmación **la manzana no es verde**, es verdadera en tanto se corresponde la expresión enunciativa (la afirmación) con la realidad o el hecho que está negando.

2.3 Proposiciones compuestas

Ahora bien, las proposiciones moleculares o compuestas, se distinguen, principalmente por la presencia de conectivos lógicos diádicos. Por ejemplo: **la manzana es roja y nutritiva**. La verdad de ésta afirmación dependerá de las condiciones dadas por las propiedades del conectivo que determina el tipo de relación entre las proposiciones atómicas o simples. Es decir, las afirmaciones:

a) **La manzana es roja y nutritiva**
b) **La manzana es roja o nutritiva**
c) **Si la manzana es roja, entonces es nutritiva**
d) **La manzana es roja sí y sólo si es nutritiva**

La verdad de las proposiciones compuestas, que pueden irse complejizando en la medida en la que se agreguen proposiciones simples y conectivos, dependerá de los valores de verdad de los conectivos lógicos.

Por ello, y con fines meramente expositivos y no precisamente explicativos, la siguiente tabla sintetiza de manera visual los casos en las que las afirmaciones compuestas pueden ser verdaderas, a partir de los valores de verdad de las proposiciones simples.

Tabla 1: Valores de verdad de conectivos

P	Q	~Q	P^Q	PvQ	P→Q	P↔Q
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	F
F	V		F	V	V	F
F	F		F	F	V	V

2.3.1 Compuesta conyunta

Para ilustrar con un ejemplo sencillo a qué nos referimos cuando relatamos que, el análisis y determinación de las formas enunciativas o proposiciones compuestas depende de las condiciones de verdad que determina el tipo de relación que el conectivo lógico marca respecto a las dos proposiciones simples que une. Hablamos pues de relaciones conyuntas, disyuntas, condicionales o bicondicionales.

Observa con atención el siguiente ejemplo:

La afirmación: **La manzana es roja y nutritiva**, es una afirmación compuesta conyunta pues la relación la determina el conectivo "y". La afirmación anterior puede expresarse también de la siguiente manera: **La manzana es roja y la manzana es nutritiva**, estamos pues, afirmando dos propiedades de un mismo objeto (sujeto), la *manzana*; a saber, que es roja y que también es nutritiva.

En un sentido individual, la afirmación **La manzana es roja**, puede ser, en tanto que la verdad es entendida como un atributo de las proposiciones, verdadera o falsa. Y ello dependerá de la correspondencia entre la expresión enunciativa y el hecho o realidad a la que hace referencia. Lo mismo ocurre con la afirmación **La manzana es nutritiva**, su verdad o falsedad dependerá de si es o no es el caso.

Entonces, ¿cómo determinamos el valor de verdad de la forma enunciativa P^Q? Pues a partir de las condiciones dadas por el conectivo, que en este caso es el conyunto (a veces también conocido como conjunción).

Veamos, la afirmación **La manzana es roja y nutritiva**, en tanto conyunta, nos está afirmando que ambas proposiciones atómicas tienen que ser el caso para que la afirmación compuesta fuera verdadera.

Tal como se nos muestra en las siguientes ilustraciones:

Tabla 2: TV. Conyunción, LÍNEA 1

Línea	P	Q	P^Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Nuestra afirmación, que es:

La manzana es roja → verdadera

y

es nutritiva → verdadera

Ambas afirmaciones tienen que ser el caso, esto es, ser verdaderas; para que la afirmación compuesta: **La manzana es roja y es nutritiva**, tenga un valor de verdad verdadero. La manera de representar con *Tabla de Verdad* los valores de la conjunción, es la siguiente:

Como puede apreciarse, en la línea No. 1, ambos conyuntos (P y Q) tienen un valor de verdad verdadero.[5]

Tabla 3: TV. Conyunción, LÍNEA 2

Línea	P	Q	P^Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Nuestra afirmación, que es:

La manzana es roja → <u>verdadera</u>

y

es nutritiva → <u>falsa</u>

Aunque, para que una proposición compuesta conjuntiva sea verdadera (en su conjunto) ambas afirmaciones tendrían que ser el caso, esto es, ser verdaderas; en el caso de los valores de verdad de la línea 2 de la afirmación compuesta: **La manzana es roja y es nutritiva**, solo el primer *conyunto* es <u>verdadero</u>, mientras que el segundo *conyunto* es <u>falso.</u> Ello

[5] Para aprender sobre tablas de verdad, remítete a (Ruiz Rincón D. L., Elementos Básicos de la Lógica Matemática, 2017)

permite inferir la falsedad de la afirmación. Lo que puede observarse en la **Tabla 3**.

Veamos, para seguir ilustrando los casos en los que la afirmación compuesta tiene un valor de verdad falso; ejemplifiquemos la línea 3:

Nuestra afirmación, que es:

La manzana es roja → falsa

y

es nutritiva → verdadera

Como puedes observar, el primer conyunto: **La manzana es roja**, no es el caso, lo que hace nuestra afirmación falsa. Mientras que el segundo conyunto es verdadero. Así, en tanto no se cumple la condición del valor de verdad verdadero para ambos conyuntos, la afirmación no podrá ser verdadera.

Tabla 4: Conyuntos, LÍNEA 3

Línea	P	Q	P^Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Nuestra tabla No. 4, nos marca pues, la representación esquemática de los valores de verdad de la tercera línea, que es la que utilizamos como ejemplo.

Veamos, para seguir ilustrando los casos en los que la afirmación compuesta tiene un valor de verdad falso; ejemplifiquemos la línea 4:

Nuestra afirmación, que es:

La manzana es roja → falsa

y

es nutritiva → falsa

Como puedes observar, el primer conyunto: **La manzana es roja**, no es el caso, lo que hace nuestra afirmación falsa. Mientras que el segundo conyunto es falso. Así que, en tanto no se cumple la condición del valor de verdad verdadero para ambos conyuntos, la afirmación no podrá ser verdadera. Por lo tanto, será falsa

Tabla 5: Conyuntos, LÍNEA 4

Línea	P	Q	P^Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

La tabla No. 5, representa de manera esquemática los valores de verdad de la cuarta línea, donde ambos conyuntos son falsos, por lo que se sigue que, el valor del conectivo de la conjunción (^) será falso.

2.3.2 COMPUESTA DISYUNTA

A diferencia de la proposición compuesta conjuntiva, las proposiciones disyuntivas pueden identificarse por las partículas o, conectivos: “o”, “a menos que”, y se simboliza de la siguiente manera: “v” (una cuña).

La disyunción puede relacionar dos proposiciones, ya sea de forma inclusiva o excluyente. Esto es, afirmaciones que se encuentran expresando un contenido en el que puede ser el caso que *el primer* y el *segundo disyunto* sean el caso o, que alguno de los dos *disyuntos* lo sean. Mientras que la *disyunción* exclusiva estaría afirmando que puede ser el *primer* o *segundo* disyunto el caso, pero no ambos. En cualquiera de sus sentidos, por consenso se ha determinado que, independientemente de la expresión, la conectiva veritativo-funcional asumirá los valores propios de la forma inclusiva.

Veamos las siguientes expresiones para ejemplificar las formas inclusiva y excluyente:

Disyunción inclusiva: **Llueve o hace frío**

Disyunción excluyente: **O llueve, o hace frío**

Ahora, veamos cómo se determina el valor de verdad de este tipo de proposiciones compuestas. No olvidemos que, lo que nos indica el tipo de relación “disyuntivo” entre las proposiciones simples es que, basta con que una de las dos (o ambas) proposiciones sean verdaderas, para que la afirmación como tal, sea verdadera. Esto quiere decir que, solo cuando las afirmaciones que integran la proposición disyunta sean falsas, esto es, no sean el caso, entonces, la proposición será falsa.

Tomemos la siguiente proposición para su análisis:

María es abogada o docente

Estamos pues, frente a un enunciado molecular disyunto o, una proposición disyuntiva (se entiende que, al tener un conectivo diádico, hablamos de proposiciones compuestas, no lo olvides).

Su tabla de verdad tendría así, los siguientes valores de verdad:

Tabla 6: TV. Disyunción, LÍNEA 1

Línea	P	Q	PvQ
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

Nuestra afirmación, que es:

María es abogada verdadera

o

docente verdadera

Como puedes observar, el primer disyunto afirma que, María es abogada, y al “ser el caso”, entonces tiene un valor de verdad *verdadero*. Lo mismo ocurre con el segundo disyunto que, afirma que –María es- docente; y que, al ser también “el caso”, su valor de verdad también es verdadero. Así, y a partir del tipo de relación que guardan primer y segundo disyunto, bastando con que uno de los dos “sea el caso”, para que la proposición tenga un valor de verdad verdadero.

Veamos el conjunto de valores de la línea 2, cuyo valor de verdad también es verdadero, y ello a razón de lo que hemos expuesto en el párrafo anterior: basta con que uno de los dos disyuntos sea el caso, para que la condición se cumpla, haciendo con ello, que la proposición tenga un valor de verdad verdadero.

Tabla 7: TV. Disyunción, LÍNEA 2

Línea	P	Q	PvQ
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

Nuestra afirmación, se ejemplificaría así:

María es abogada → verdadera

o

docente → falsa

Dado que, lo que se afirma es que, “María es abogada o docente”, basta con que sea verdadera cualquiera de los dos enunciados simples, para que la proposición sea verdadera. En este caso, el primer disyunto: **María es abogada**, es verdadero, mientras que el segundo disyunto: **docente** (claro que estamos hablando de María, y aunque la expresión sea “docente”, lo que significa es que “María es docente”), es falso.

Sucede lo mismo, pero en un sentido inverso en los valores de la línea tres, donde el primer disyunto tiene un valor de verdad falso y el segundo disyunto, uno valor de verdad verdadero. Pero comparte el valor de verdad verdadero de la expresión, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 8: TV. Disyunción, LÍNEA 3

Línea	P	Q	PvQ
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

Nuestra afirmación, que es:

María es abogada → falsa

o

docente → verdadera

Ahora bien, nuestra línea 4 de la tabla de verdad de la disyunción, nos muestra que el valor de verdad de ambos disyuntos es <u>falso</u>. Es decir, que el valor de verdad de la proposición disyunta: **María es abogada o docente**, es <u>falso</u>. Y ello porque, al "no ser el caso" ninguna de las afirmaciones, estamos frente a un contexto en el que *María no es abogada ni docente*, es más bien una muy temible pirata.

Tabla 9: TV. Disyunción, LÍNEA 4

Línea	P	Q	PvQ
1	V	V	V
2	V	F	V
3	F	V	V
4	F	F	F

Nuestra afirmación, que es:

María es abogada → <u>falsa</u>

o

docente → <u>falsa</u>

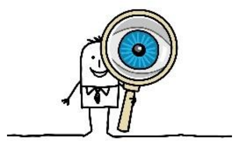
En la disyunción, como hemos visto, a diferencia de la conjunción, cuyo valor de verdad depende de que ambos conyuntos sean **verdaderos**; en la disyunción, el valor de verdad será falso cuando y, sólo cuando, ambos disyuntos sean **falsos**.

2.3.3 COMPUESTA CONDICIONAL

Los enunciados condicionales guardan una relación con la noción de *necesidad lógica*, que significaría que, si el antecedente "es el caso", esto es que, si el *antecedente* es <u>verdadero</u>, entonces el consecuente también tiene que ser <u>verdadero</u>.

El marcador lingüístico que nos indica que estamos frente a un enunciado condicional es el "si…entonces" o, "implica a…" o, "se sigue que…", entre otros; y que se simboliza con la flecha (→).

<u>Observa con atención el siguiente ejemplo:</u>



Si me compra casa nueva, entonces me caso

Veamos ahora la forma de representar visualmente la condicionalidad. Para ello nos serviremos de la "flecha curva descendente" (⤵), que estará marcando la relación de condicionalidad entre el *antecedente* (que es la proposición previa al conectivo condicional) y el *consecuente* (que es la proposición posterior al conectivo lógico condicional). Esa *flechita curva descendente*, nos marcará que, de *A* se sigue que *B* o, que si *A*, entonces *B.*

Partamos pues, del enunciado condicional que hemos puesto como ejemplo:

Si me compra casa nueva, entonces me caso

Desde nuestro primer grupo de posibilidades, donde tanto antecedente como consecuente tienen un valor de verdad <u>verdadero</u>, parece quedar demasiado claro que, la proposición implicativa (que es otra forma de referirnos al enunciado condicional) será <u>verdadera</u>.

Si me compra casa nueva → <u>verdadera</u>

entonces,

me caso → <u>verdadera</u>

Que sea pues, <u>verdadera</u>, significa que se cumple la relación de condicionalidad. Aunque hay varias nociones que forman parte de los contenidos de reflexión del ámbito de la “Filosofía de la lógica”, para nuestro objetivo nos centraremos en la *relación de necesidad* que debe existir entre antecedente y consecuente. Es decir, sí y solo sí, el antecedente tiene un valor de verdad verdadero, entonces, el consecuente **necesariamente** debe de ser verdadero.

Así, en nuestra línea 1, dado que el antecedente (P) tiene un valor de verdad verdadero, entonces, (**necesariamente**) el consecuente (Q) debe ser verdadero; lo que es el caso. Por eso, dicha línea, con las condiciones de verdad definidas, tiene un valor de verdad verdadero.

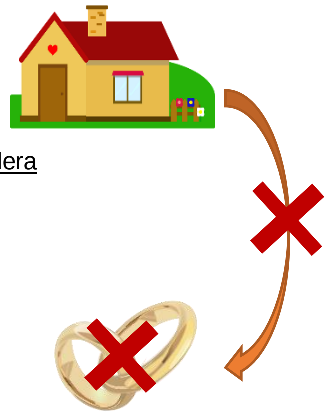
Tabla 10: TV. Condicional, LÍNEA 1

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Recuerda que, sí y solo sí, el antecedente tiene un valor de verdad verdadero, (cuando tenemos un enunciado o fórmula cuyo conectivo principal es la condicional "→") entonces, el consecuente **necesariamente** debe de ser verdadero.

Pero observa con atención nuestro siguiente ejemplo:

La imagen representa no solo el hecho de que el segundo enunciado no sea el caso, es decir, que no tenga un valor de verdad verdadero, sino que, además, el que el *consecuente* tenga un valor de verdad <u>falso</u>, *sugiere* que, la relación de condicionalidad se rompe, esto es, que no se cumple la **implicación**.

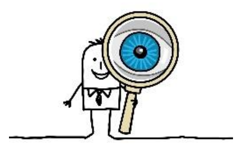


Si me compra casa nueva → <u>verdadera</u>

entonces,

me caso → <u>falsa</u>

<u>Observa con atención la siguiente explicación:</u>



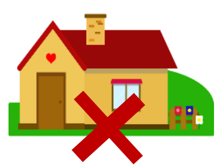
Lo que nos afirma la proposición implicativa: **Si me compara casa nueva, entonces me caso**, es que, si P se cumple, esto es, si me compra casa nueva, entonces, necesariamente me tengo que casar. Pero al no ser el caso que Q, lo que sucede es que se rompe la relación que está siendo marcada por el conectivo condicional (→), y es ahí cuando nos encontramos frente al único conjunto de valores de verdad del conectivo lógico condicional en el que el valor de la proposición compuesta respectiva es <u>falsa</u>. Tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 11: TV. Condicional, LÍNEA 2

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Ahora bien. ¿Qué sucede frente a las proposiciones que operan como antecedente en los enunciados condicionales que, además poseen un valor de verdad falso, es decir, que no son el caso?

Pues para ejemplificarlo apelaremos al *Principio de Razón Suficiente*, el cual nos estaría señalando que, no en un sentido restringido de causa-efecto, al *haber* Q, hay razones suficientes para creer que se debe a algo, puede ser P, o R, o X, etc. Es decir, si hay una boda, habrá razones suficientes para creer que se realiza, no por la adquisición de una casa, sino, por ejemplo, por amor.



Si me compra casa nueva → falsa

entonces,

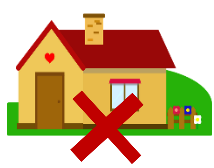
me caso → verdadera

Veamos el ejemplo anterior bajo la mirada de su tabla de verdad correspondiente:

Tabla 12: TV. Condicional, LÍNEA 3

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Suele ser problemático para elector, comprender a simple vista el porqué del valor de verdad <u>verdadero</u> de las líneas 3 y 4, cuando es claramente observable que, sus *antecedentes* son flagrantemente <u>falsos</u>. Preguntándose con ello en qué radica el valor de verdad <u>verdadero</u> de las proposiciones conjuntivas si, algunas de las proposiciones que las componen tienen un valor de verdad <u>falso</u>. Pues bien, es secreto es que, dichas líneas son verdaderas en tanto no se rompe la relación de condicionalidad.



Si me compra casa nueva → <u>falsa</u>

entonces,

me caso → <u>falsa</u>

En la ilustración anterior, puede verse cómo tanto antecedente como consecuente tiene un valor de verdad falso, y aun así el valor de verdad de la proposición compuesta es verdadero. En este último caso podemos precisar que, si no es el caso que, **me compren casa nueva**, entonces tampoco será el caso que, **me case**. Y ahí, no se contradice ninguna implicación.

Tabla 13: TV. Condicional, LÍNEA 4

Línea	**P**	**Q**	**P→Q**
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

2.3.4 COMPUESTA BICONDICIONAL

Nuestro último conectivo diádico guarda estrecha relación con la noción de "equivalencia lógica", y aunque no será tratada a profundidad en este texto, se refiere a dos expresiones o fórmulas lógicas que poseen los mismos valores de verdad y que puede determinarse a la luz de las tablas de verdad, sugiriendo con ello que se tratan de dos formas de expresar un mismo orden de ideas.

La proposición bicondicional estará marcando una relación de igualdad en ambas direcciones, esto es, o **ambos enunciados** se *son el caso* o, ambos enunciados *no son el caso* para que el valor de verdad de la bicondicionalidad, sea verdadero.

La proposición compuesta:

El ave vuela sí y solo si tiene plumas

Será una proposición con valor de verdad verdadero siempre y cuando se cumpla en *igualdad* para ambos enunciados atómicos:

Tabla 14: TV. Condicional, LÍNEA 1

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Tabla 15: TV. Condicional, LÍNEA 4

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

Pues tal como se muestra en las tablas de verdad de la línea 1 y 4, el valor de verdad resultante será verdadero, en tanto el valor de verdad de las variables proposicionales P y Q sean iguales. Es decir, o ambos verdaderos, o ambos falsos. Cualquier otra combinación de valores de verdad, dará como resultado, un enunciado bicondicional falso. Tal como se muestra la siguiente tabla que marca las líneas 2 y 3.

Tabla 16: TV. Condicional, LÍNEA 2 y 3

Línea	P	Q	P→Q
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	V
4	F	F	V

2.4 Simbología de L_0

Ahora, ha llegado el turno de presentar la simbología de la lógica proposicional o L_0. Debemos tener presente que, así como en las expresiones lingüísticas de cualquier idioma existen reglas, en la LP hay una gramática que permitirá que cualquier lógico, sin importar el idioma de origen, pueda *leer* las expresiones formales y, entender las formas y demostraciones que se le presenten. Debemos entonces considerar tres grupos de elementos fundamentales y un criterio gramatical general.

Nuestro primer grupo de elementos serán las **variables proposicionales**, y éstas serán cualesquiera de las letras del alfabeto (de la A a la Z) en mayúscula, en donde cada una representará a una proposición simple.

Por ejemplo:

Laura es enfermera será representada por **P**

Los **constantes o conectivos lógicos** estarán conformados por los conectivos monádicos (negación "~") y diádicos (conjunción "^", disyunción "v", condicional "→" y, bicondicional "↔"). Para comprender la diferencia entre el conectivo monádico y los conectivos diádicos, basta decir que, el conectivo lógico monádico, se coloca acompañado a *una variable proposicional*, mientras que, los conectivos lógicos diádicos, se distingues por ubicarse entre *dos variables proposicionales*.

Veamos su representación:

Conectivo monádico: la negación "~"

Por ejemplo:

Laura no es enfermera se representa como ~P

Conectivos diádicos: conjunción "^", disyunción "v",
condicional "→" y, bicondicional "↔"

Laura es enfermera y veterana P y Q

Laura es enfermera o veterana P o Q

Si Laura es enfermera, entonces es veterana si P entonces Q

Laura es enfermera sí y solo si es veterana P sí y solo si Q

El tercer grupo de elementos se conforma por los **signos de agrupación**, los cuales deberán *agrupar* desde los niveles más inmediatos a los más mediatos en el siguiente orden: {[()]}.

Para comprender de mejor manera a este grupo de elementos, y estar en condiciones de hacer uso de ellos de manera adecuada, debemos tomar en cuenta dos factores: i) cada agrupación debe contener un conectivo lógico diádico; y ii) cuando se trata de una formalización, esto es, el traslado del lenguaje natural al lenguaje formal, es importante atender a los signos de puntuación que estarían marcando al conjunto de ideas y su agrupación.

Veamos los siguientes ejemplos:

i) **Laura es enfermera y veterana.**
   a. P ^ Q

ii) **Laura es enfermera y veterana, o abogada.**
   a. (P^Q)vR

iii) **Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía.**
   a. (P^Q)→(RvS)

iv) **Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía. Pero Francisco es bombero.**
   a. [(P^Q)→(RvS)]^T

v) **Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía. Pero Francisco es bombero. Y Laura no es enfermera.**

   a. {[(P^Q)→(RvS)]^T}^~P

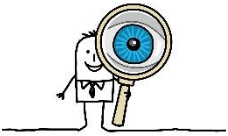
vi) **Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía. Pero Francisco es bombero. Y Laura no es enfermera. Por lo tanto, no es el caso que Francisco sea policía ni bombero.**

   a. {{[(P^Q)→(RvS)]^T}^~P}→~(S^T)

Al criterio gramatical general, lo conoceremos como: **Fórmulas Bien Formadas (FBF)**. Una fórmula bien formada hace uso de las variables proposicionales, los conectivos lógicos y los signos de agrupación de forma ordenada, tal como se ha descrito en párrafos anteriores.

Los seis ejemplos previos son presentados con la finalidad de ilustrar gradualmente la formalización de expresiones enunciativas, para culminar con la simbolización de una forma argumental.

<u>Observa con atención el ejemplo v):</u>



Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía. Pero Francisco es bombero.

Como podrás observar, cada una de los elementos fundamentales se encuentra marcado por un marco de colores que indican su función dentro del enunciado o razonamiento.

Conectivos

Proposiciones

Agrupación

Los **conectivos** se distinguen por connotar a las partículas lógicas que conectan y determinan el tipo de relación entre los enunciados (conyuntiva, disyuntiva, implicativa y bi-implicativa; sin olvidar la negación). Por ejemplo:

- La *conyunción* o *conjunción*, se identifica en el lenguaje natural por el uso de términos como: “y”, “pero”, “también”, “además”, “ambos”, “sin embargo”, “aunque”.
- La *disyunción*, se identifica en el lenguaje natural por el uso de términos como: “o”, “u”, “a menos que”.
- La *condicional* o *implicación* en el lenguaje natural, podemos identificarla con partículas como: “Si… entonces…”, “Luego”, “se sigue que…”, “…solo si…”, “…si hay…”, “… implica que…”.
- La *bi-condicional* o *bi-implicativa* en el lenguaje natural, podemos identificarla con partículas como: “sí y solo si…”, “cuando y solo cuando…”, “equivale a…”.

Revisando nuestro ejemplo y, quedándonos únicamente con los conectivos marcados. Observa con detenimiento la forma en la que dichos conectivos se relacionan:

Si Laura es enfermera y veterana, entonces o es abogada o Francisco es policía. Pero, Francisco es bombero.

Si Laura es enfermera ^ veterana, → es abogada v Francisco es Policía. ^ Francisco es bombero.

Como puedes observar, hemos sustituido los marcadores de los conectivos en el lenguaje natural por los símbolos de nuestros conectivos lógicos. El siguiente paso será, sustituir cada afirmación por su variable proposicional correspondiente. Tal como se muestra a continuación:

Laura es enfermera **=** **P**

Laura es veterana **=** **Q**

Laura es abogada **=** **R**

Francisco es Policía **=** **S**

Francisco es bombero **=** **T**

Quedando nuestro enunciado, de la siguiente manera:

P ^ Q, → R v S. ^ T.

Finalmente, para concluir el proceso de formalización, debemos agrupar los enunciados explícitos, cuyos marcadores se designan por los signos de puntuación utilizados en su redacción. Veamos:

P ^ Q$\boxed{,}$→ R v S$\boxed{.}$^ T$\boxed{.}$

El marco rojo ($\boxed{}$) nos está señalando tanto a los elementos contenidos en la agrupación, como a los primeros y segundos grupos en los enunciados moleculares, así como la relación ente ellos. Veamos:

P ^ Q$\boxed{,}$

Es nuestra primera agrupación, en tanto que, la "coma" (,) indica tanto su cierre, como la cercanía de otra afirmación o grupo de afirmaciones. De esta manera, la agrupación quedaría así:

(P ^ Q)

Nuestra segunda agrupación es la siguiente: **→ R v S**.; y, siguiendo las reglas gramaticales de las FBF, no es posible que un conectivo lógico diádico no se encuentre entre dos variables o grupos de variables proposicionales, y en éste segundo grupo, podemos ver que la *condicional* (→) no tiene un antecedente visible.

Lo que debemos observar es la redacción original que inicia afirmando que **Si…, entonces…**; indicándonos que el conectivo lógico condicional de hecho ya cuenta con un antecedente: (P^Q). Además, de ser necesario notar el punto después de la variable proposicional **S**; dicho signo de puntuación pone el límite posterior de una agrupación. Quedando de la siguiente manera:

$$\rightarrow (R \vee S)$$

Ese mismo signo de puntuación "." posterior a S, agrupa al antecedente y consecuente de la primera parte del enunciado. Quedando de la siguiente manera:

$$(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)$$

En nuestro ejemplo, por último, encontramos una quinta afirmación: **T**. En este sentido, el signo de puntuación al que nos hemos referido con anterioridad, el punto "." cumple con la función de punto y seguido. Esto es, separar un conjunto de ideas de otras inmediatamente posteriores, tal como se muestra seguidamente:

$$\boxed{.} \wedge T \boxed{.}$$

La diferencia entre el primer y segundo signo de puntuación es que, mientras el primero agrupa un conjunto de ideas previas, la última marca la finalización del enunciado. Quedando, finalmente nuestra fórmula, de la siguiente manera:

$$\{[(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)] \wedge T\}$$

2.5 Actividades integradoras

A continuación, ha llegado el turno de poner en práctica lo aprendido. Lee cuidadosamente las instrucciones y realiza los ejercicios que se te solicitan.

Los siguientes ejercicios tienen como propósito apoyarte en la consolidación de los conocimientos adquiridos, realizando ejercicios prácticos que, de manera gradual van aumentando su dificultad.

2.5.1 Marcadores lingüísticos

a) Lee con atención las siguientes expresiones y, con un color <u>encierra</u> los **conectivos lógicos** que identifiques:

i. Si practico lógica, podré comprender los ejercicios. Si comprendo los ejercicios, los realizaré con mayor facilidad. No practico lógica.

ii. Cuando llueve y hace frío, implica que habrá un invierno crudo.

iii. El Fondo Monetario Internacional suele fijar las condiciones del mercado y definir las reglas a los gobiernos. Si los gobiernos obedecen las reglas, entonces estarán supeditados.

iv. No es el caso que no se viole la libertad de expresión si los periodistas son comprados o asesinados.

v. Si la biblioteca tiene suficientes títulos, entonces podremos realizar nuestra investigación ahí. La biblioteca no tiene suficientes títulos.

b) Lee con atención las siguientes expresiones y, con un color <u>subraya</u> las **proposiciones simples** que identifiques:

i. Si practico lógica, podré comprender los ejercicios. Si comprendo los ejercicios, los realizaré con mayor facilidad. No practico lógica.

ii. Cuando llueve y hace frío, implica que habrá un invierno crudo.

iii. El Fondo Monetario Internacional suele fijar las condiciones del mercado y definir las reglas a los gobiernos. Si los gobiernos obedecen las reglas, entonces estarán supeditados.

iv. No es el caso que no se viole la libertad de expresión si los periodistas son comprados o asesinados.

v. Si la biblioteca tiene suficientes títulos, entonces podremos realizar nuestra investigación ahí. La biblioteca no tiene suficientes títulos.

c) Lee con atención las siguientes expresiones y, con un color señala los **signos de puntuación** que identifiques:

i. Si practico lógica, podré comprender los ejercicios. Si comprendo los ejercicios, los realizaré con mayor facilidad. No practico lógica.

ii. Cuando llueve y hace frío, implica que habrá un invierno crudo.

iii. El Fondo Monetario Internacional suele fijar las condiciones del mercado y definir las reglas a los gobiernos. Si los gobiernos obedecen las reglas, entonces estarán supeditados.

iv. No es el caso que no se viole la libertad de expresión si los periodistas son comprados o asesinados.

v. Si la biblioteca tiene suficientes títulos, entonces podremos realizar nuestra investigación ahí. La biblioteca no tiene suficientes títulos.

2.5.2 IDENTIFICACIÓN DE FBF

a) Del siguiente conjunto de fórmulas, identifica aquellas que cumplan con los criterios para ser FBF:

#	Fórmula	Es FBF	No es FBF
1	)a^Z		
2	PvQ		
3	(P^Q→)		
4	P+Q		
5	X^2		
6	[(A→~B)vC]		
7	[A↔B]		
8	[(PvQ)→R]^[S]		
9	{[~(P^Q)→(Q^P)]→~(~RvQ)}		
10	{[(P→Q)^P]→Q}		

b) Organiza el siguiente conjunto de fórmulas, de forma tal que se ajusten a los criterios de las FBF:

#	Fórmula	FBF
1	AB→	
2	~B~	
3	A↔D~	
4	A^^BC	

5	[AvB)→C]	
6	{AvB→C}	
7	(BvC)→A~	
8	A→(~A+Q)	
9	[(D^CvB)]	
10	[(A~vA)→(BvC)]^(Dv~~A)	

2.5.3 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN BÁSICA

a) Marca con una X la expresión que sea un enunciado declarativo:

#	Expresión	Sí	No
1	¡Ay caramba!		
2	El átomo es indivisible		
3	Descartes es el padre de la modernidad		
4	Las ideas son innatas		
5	No me hables así		
6	¿Tienes hambre?		
7	Llueve		
8	Mauricio tiene la capacidad de concentrarse		
9	El PRI es un partido político corrupto		
10	No es el caso		

b) Formaliza las siguientes proposiciones simples:

#	Proposición	Formalización
1	No es el caso que no se casará	
2	Juan es un buen filósofo	
3	El tiempo está agradable	
4	Martina no es monja	
5	La venta no se llevará a cabo	

6	La lógica es sencilla	
7	Hoy lloverá	
8	No podré no ir a la fiesta	
9	La semilla no germinó	
10	La gente es pobre porque quiere	

2.5.4 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN AVANZADA

a) Marca con una X la expresión que sea un enunciado molecular o compuesto:

#	Expresión	Sí	No
1	El invierno es la mejor época del año		
2	Si la sopa no está caliente, no la tomaré		
3	La librería vende libros usados		
4	Tomate		
5	Me levantaré temprano a menos que, haga frío		
6	Comenzaré a leer el libro pero no haré la tarea		
7	Si el Presidente roba las elecciones, entonces su mandato no es legítimo		
8	Las fresas		
9	Un monstro bajo la sábana		
10	El clima parece siniestro además de húmedo		

b) Formaliza las siguientes proposiciones compuestas:

#	Proposición compuesta	Formalización
1	Marco aprobó el examen aunque no haya estudiado	

2	Los fenómenos naturales o, tienen una explicación racional o un origen divino	
3	Esther se fue, sin embargo no olvidó su sombrilla	
4	No es el caso que Jaime no asista al congreso pues, pago su boleto de avión y reservó el hotel	
5	Que México sea un país pluricultural, no implica que carezca de una lengua oficial	
6	Si Nadia y Julieta se conocieron en la facultad, entonces serán colegas, además de amigas	
7	Si el marcado global no se estabiliza, entonces todos los países que no pertenecen a la ONU serán embargados	
8	Llueve y hace frío	
9	Si me compra casa nueva, entonces me caso	
10	Cuando la autoridad no escucha nuestras necesidades, entonces debemos buscar otras estrategias	

2.5.5 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN DE CONECTIVOS

a) Marca con una X la expresión que su estructura se corresponda con una Forma enunciativa:

#	Expresión	Sí	No
1	{[(AvB)→(C^A)]^~B}		
2	A→B, A :.B		
3	A↔~D		
4	(A^B) :.A		
5	[(AvB)→C]		
6	Av(B→C) :. ~C		
7	(BvC)→ ~A		
8	A→~A		

9	[D^(CvB)] :.~D		
10	[(A~vA)→(BvC)]^(Dv~~A)		

b) Ordena el siguiente grupo de fórmulas en FBF:

#	FMF	FBF
1	[Av(B)→C^A()]	
2	[A→B^~(A→B)]	
3	A↔D~	
4	A^(^BC)	
5	[AvB)(→C]	
6	A(vB→C)	
7	(BvC)→A~	
8	A→(~A)	
9	[D^(CBv])	
10	{[(A~vA)→(BvC)]^(Dv~~A)}	

2.5.6 Ejercicios de agrupación

a) Subraya la partícula lingüística que te resulte indicativo de agrupación en las siguientes expresiones y formalízalas:

#	Expresión	Formalización
1	Si Belinda y Cristian son novios, entonces Lupillo Rivera está deprimido.	

2	Si estudio filosofía, entonces tendré un futuro prometedor y brillante.	
3	O Platón o Aristóteles fundaron el realismo filosófico, o Plotino no fue un buen discípulo.	
4	Si los libros son costosos, entonces los estudiantes no podrán adquirirlos y, si no pueden adquirirlos, entonces no podrán leer. Los estudiantes no podrán leer.	
5	De cuando no pagas la línea telefónica, se sigue que te la cancelen.	
6	Pablo y Enedina están viajando a Brasil. Si Pablo reservó la habitación de hotel, entonces tendrán un lugar para pernoctar y desayunar al día siguiente. Pero, si Enedina no puede viajar entonces, se perderán los boletos de avión y no podrán desayunar al día siguiente.	
7	Cuando la política y la religión se confunden, entonces el Estado debe poner límites claros. No es el caso que no se confundan política y religión.	
8	Si el viajero duerme en la estación, entonces perderá el autobús. Si el viajero pierde el autobús, no llegará a su destino. Si no llega a su destino se sigue que, no conozca las cataratas del Niagara y no compre un recuerdo de aquel lugar.	
9	Si la oferta comercial es justa entonces, si los productos son accesibles para todos y no tienen	

	sobre precio entonces el mercado habrá superado las políticas neoliberales.	
10	Si no te gusta tu empleo y es necesario que pagues la renta, entonces compra un boleto de lotería y espera a que tu suerte cambie.	

b) A partir de los siguientes conjuntos de símbolos, ordena las FBF, agregando "creativamente" los conectivos lógicos (monádico y diádicos) necesarios en cada caso:

#	Símbolos lógicos	Formalización
1	{[()]},A,B,C,D,E	
2	{[()]},P,Q,R,S	
3	{[()]},H,I,J,K	
4	{[()]},T,V,W,X,Y,Z	
5	{[()]},X,Y,Z	
6	{[()]},F,G,H,I	
7	{[()]},L,M,N	
8	{[()]},O,P,Q,R,S	
9	{[()]},A,C,E,G	
10	{[()]},Q,S,V,X	

2.5.7 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN DE ARGUMENTOS

Recuerda que un argumento se distingue de una inferencia porque contiene una conclusión. Tenemos pues, **formas**

enunciativas (estructura formal de las proposiciones simples y/0 compuestas) y **formas argumentales** (estructura formal de los argumentos) expresadas formalmente.

P➔Q

P :. Q

o

(P^Q)➔(R^S)

P^Q

:. R^S

a) Marca con una X la fórmula que corresponda a estructura de una Forma Argumental:

#	Expresión	Sí	No
1	[(P^Q)➔P] :.Q		
2	{~[Pv(Q^R)]^S} :. ~~[~Pv(Q^R)]		
3	(BvC)→ ~A		
4	[(Z ^ ~Y)^ Y] :. ~(Z ^ ~Y)		
5	[(D^C)vB] :.B		
6	(T → U)v[(T→U) v (V ^ T)]		
7	[(~AvA)→(BvC)]^(Dv~~A) :. (DvA)		
8	{W → X} :. X → (W → X)		
9	A→(~A^Q)		
10	{[(N → O)^O] → ~M} :. O		

b) Formaliza los siguientes argumentos:

#	Argumento	Formalización
1	Si practico lógica, podré comprender los ejercicios. Si comprendo los ejercicios, los realizaré con mayor facilidad. No practico lógica. Luego, no practico lógica.	
2	Si los libros son costosos, entonces los estudiantes no podrán adquirirlos y, si no pueden adquirirlos, entonces no podrán leer. Los estudiantes no podrán leer. Por lo tanto, los libros son costosos y los estudiantes no podrán leer.	
3	Cuando llueve y hace frío, implica que habrá un invierno crudo. Hace frío. De ello se sigue que, habrá un invierno crudo.	
4	Cuando la política y la religión se confunden, entonces el Estado debe poner límites claros. No es el caso que no se confundan política y religión. Por lo tanto, El Estado debe poner límites claros.	
5	El Fondo Monetario Internacional suele fijar las condiciones del mercado y definir las reglas a los gobiernos. Si los gobiernos obedecen las reglas, entonces estarán supeditados. En conclusión, El Fondo Monetario Internacional suele fijar las condiciones del mercado y no definir las reglas a los gobiernos.	
6	Si la oferta comercial es justa entonces, si los productos son accesibles para todos y no tienen sobre precio entonces el mercado	

	habrá superado las políticas neoliberales. Por estas razones, los productos son accesibles para todos y tienen sobre precio.	
7	No es el caso que no se viole la libertad de expresión si los periodistas son comprados o asesinados. Lo que muestra que, los periodistas son comprados.	
8	Si estudio filosofía, entonces tendré una vida auténtica y seré libre. Si no estudio filosofía no seré libre. Lo que permite inferir que, Si no estudio filosofía, entonces no seré libre.	
9	Si la biblioteca tiene suficientes títulos, entonces podremos realizar nuestra investigación ahí. La biblioteca no tiene suficientes títulos. Concluyo que, no podremos realizar nuestra investigación ahí.	
10	Si practico lógica, podré comprender los ejercicios. Si comprendo los ejercicios, los realizaré con mayor facilidad. No practico lógica. Luego, los gatos son peligrosos.	

Capítulo III: Lenguaje de Primer Orden (L_1)

Para la profundización del análisis lógico precisamos de un tratamiento de las expresiones del lenguaje que el L_0 no puede proporcionarnos, y que despliegue su sistema respectivo al análisis ya no de la proposición en su unidad, sino en las partes más simples que la constituyen. Lo que trataremos en éste capítulo estará dedicado a la presentación introductoria del L_1, Lógica de Predicados o, también conocida como Lógica Cuantificacional.

La ruta de presentación puede partir del enfoque que el autor prefiera, en nuestro caso, y ya que hemos indicado como punto de partida de esta obra la "Silogística y cuadro de oposición aristotélica". De esta manera y, buscando que al lector re resulte más sencillo el tratamiento introductorio y práctico a la lógica de primer orden, partiremos de la representación cuantificacional de los enunciados categóricos identificados por Aristóteles en el marco de los razonamientos silogísticos.

De esta manera, la modelación de los razonamientos silogísticos en formas del lenguaje de primer orden habrá de emplearse como propuesta didáctica de orientación práctica al campo de la Lógica de Primer Orden.

3.1 LC o Lógica de Primer Orden

La lógica de primer orden o lógica de predicados, tal como lo indica su nombre, centra su atención en el análisis de los contenidos predicativos dentro de cada forma enunciativa o afirmación. Recordemos la definición que a inicios de éste capítulo recuperamos de Lozano González y Pérez Armendáriz (2016), donde se habla del análisis de los enunciados atómicos desde sus partes más simples, conocidas como partes subenunciativas o subatómicas, sin dejar de considerar el valor veritativo funcional de los conectivos lógicos, *se añaden los nuevos operadores lógicos de cuantificación que se aplicarán a los individuos, los cuales son designados por una de las partes lógicas subenunciativas.* (pág. 232)

Recordemos el ejemplo del silogismo categórico del apartado anterior:

Todos los humanos son mortales	**P**
Sócrates es humano	**Q**
Luego, Sócrates es mortal	**R**

A partir de su formalización, esto es, el uso de variables proposicionales para representar cada enunciado o proposición atómica, fue posible determinar que, desde la LP no era posible determinar la validez de dicha forma argumental sin tener que agregar una serie de premisas que, podrían incluyo llegar a comprometer el significado.

De esta manera, los cuantificadores que integra la L de Predicados o L_1 nos permite incrementar el poder de nuestras herramientas de análisis. Pues, a decir de Copi y Cohen: *La cuantificación nos capacita para interpretar premisas no compuestas como enunciados compuestos, sin perder significado*. (2013, pág. 494)

Para ejemplificar lo anterior, partamos de la silogística aristotélica[6], recordando los enunciados categóricos que la componen:

1. Universal Afirmativo **A**
2. Universal Negativo **E**
3. Particular Afirmativo **I**
4. Particular Negativo **O**

De esta manera, los enunciados categóricos pueden expresarse en el lenguaje natural de la siguiente manera:

A	Todos los humanos son mortales
E	Todos los humanos no son mortales
	Ningún humano es mortal
I	Algún humano es mortal
O	Algún humano no es mortal

[6] Si quieres saber más, consulta silogismo y cuadro de oposición aristotélico

Tomemos los enunciados **A** e **I**, que son los que integran la forma **DARII** de la primera figura de los silogismos categóricos válidos. Y analicemos en su estructura interna a cada proposición.

A Todos los humanos son mortales

"Humano" sería la sustancia de la cual se predica el atributo "ser mortal". Es decir, la afirmación "Todos los humanos son mortales", lo que se sostiene es que, cualquier cosa que cumpla los criterios para ser "humano", entonces tendrá como atributo el "ser mortal".

En nuestro siguiente capítulo, nos avocaremos al trabajo con las relaciones entre sustancias y atributos en términos de su predicabilidad. Esto es, nos centraremos en el tema de los conjuntos y el modo en el que la Teoría de Conjuntos (TC) permite expresar las diversas relaciones entre los elementos de un conjunto, así como entre conjuntos.

3.2 Individuos y atributos

Pero continuemos con nuestro ejemplo: **Todos los humanos son mortales**, nos afirma que, "cualquier cosa que sea humana", tendrá que "ser mortal". Que de ser "humano", se sigue "ser mortal". Ésta *algo*, lo representamos con una variable.

Recuerda que, en LP utilizamos variables para representar proposiciones simples o atómicas; pero cuando trabajamos con LC, descomponemos dicha proposición atómica en sus partes subatómicas, por lo que es necesario determinar cómo serán representadas dichas sub-partes.

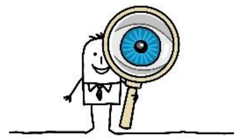
Tendríamos pues, por un lado, lo que se está afirmando: **Todos los hombres son mortales**. Luego, tenemos a aquello de lo que se está afirmando algo: **los hombres**; y, finalmente, lo que se predica de aquello de lo que se habla: **son mortales**.

Tomando en cuenta que, para denotar *aquello de lo que se está afirmando algo* (individuos), como *lo que se predica de aquello de lo que se habla* (atributos); los denominaremos **individuos** y **atributos**, respectivamente. Siendo representados por las *letras minúsculas del alfabeto (a, b, c, … x, y, z)* los individuos; y, con las *letras mayúsculas del alfabeto (A, B, C, … X, Y, Z)*, los atributos. Así, en la primera premisa del silogismo categórico (DARII), en la que trabajamos para ejemplificar este tema:

hombres	**mortales**
↓	↓
individuo	**atributo**
↓	↓
h	M

"h" estaría representando al individuo "hombres", mientras que "M", estaría representando al atributo "mortales".

Ojo, pon atención en lo siguiente:



Si bien, la expresión en el lenguaje natural es: Todos los hombres son mortales y, su representación estaría ordenada siguiendo la estructura correspondiente en el lenguaje natural como: hM, la forma CORRECTA de expresar dicha premisa es:

Mh

Siguiendo el ejercicio anterior, podríamos también representar la afirmación: **Sócrates es hombre**. Y nos quedaría de la siguiente manera:

Hs

Sócrates, que es el individuo, se representa con la letra minúscula del alfabeto "s"; mientras que su atributo "**hombre**", se representa con la letra en Mayúscula del alfabeto "H".

Por último, la conclusión: **Sócrates es mortal**, **Sócrates**, que es el individuo, se representa con la letra minúscula del alfabeto "s"; mientras que su atributo "**mortal**", se representa con la letra en Mayúscula del alfabeto "M"; quedándonos de la siguiente manera:

Ms

La estructura de nuestro argumento, parece que nos queda, en el L_1 será la siguiente:

Mh

Hs

:. Ms

En efecto, aún no puede ser considerada una representación predicativa en estricto sentido, pues es necesario considerar dos aspectos:

1. En el ejemplo específico del silogismo categórico que nos habla de Sócrates y su *mortalidad*, tenemos claro que, estamos hablando de Sócrates. Pero no siempre será ese el caso. Imaginemos una situación hipotética: -Abro la puerta del mi refrigerados y, mi rebanada de pastel no está. Entonces expreso: "Alguien se comió mi rebanada de pastel". Quiere decir que, si bien el atributo (o predicado) es que mi rebanada de pastel fue ingerida por alguien, no sé de quién se trate. Y al no tener idea de quien pudo haberse comido mi rebanada de pastel, el individuo se vuelve una variable. A ello se le denomina: **variable individual**, la cual (por convención), solemos representar con las últimas letras minúsculas del alfabeto, comenzando con la *x*.

3.3 Variables y constantes

De esta manera, la premisa **Hs** y la conclusión **Ms**, se representarían como: **H*x*** (o H(*x*)) y **M*x*** (o M(*x*)), convirtiéndose así en funciones proposicionales.

Recuerda que, la función proposicional es una *expresión que contiene una variable individual y se convierte en un enunciado cuando una constante individual es sustituida por la variable individual.* (Copi & Cohen, 2011, pág. 496)

La estructura de nuestro argumento, parece que nos queda, en el L_1 será la siguiente:

Mh

H*x*

:. M*x*

Pero, ¿qué sucede en el caso de nuestra primera premisa: **Mh**? Pues, a diferencia de la segunda premisa y la conclusión, que son enunciados particulares afirmativos (I), es un enunciado **A**, es decir: universal afirmativo. Presentemos entonces el segundo aspecto a considerar.

2. Tenemos pues que, además de las variables que representaran individuos y atributos, debemos tener en cuenta a los denominados cuantificadores. Partículas que, al inicio de cada enunciado, nos indica generalidad o particularidad.

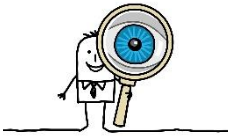
Pero para llegar a ellos debemos también abstraer al individuo (hombre) de la premisa uno, quedando así: M*x*.

La estructura de nuestro silogismo, parece que nos queda, en el L_1 será la siguiente:

M*x*

H*x*

:. M*x*



<u>Observa con atención:</u>

La representación anterior no nos permite distinguir entre la primera premisa y la conclusión, confundiendo con facilidad su expresabilidad. De ello se sigue pues, el énfasis en los cuantificadores pues, mientras que la primera premisa es un enunciado universal afirmativa (**A**), la conclusión es un enunciado particular afirmativo (**I**). Los cuantificadores se emplean cuando el individuo no está definido, siendo el único caso, la primera premisa pues, en el resto de enunciados se explicita que se habla de Sócrates.

3.4 Cuantificadores

A partir del parafraseo es posible determinar la cuantificación, esto es, el aspecto cuantitativo que connota la expresión: Todo S es P, o **Todos los humanos son mortales**.

La proposición ***A***, puede sucesivamente parafrasearse como:

- Dada cualquier cosa individual tal que, si ésta es humano entonces ésta será mortal.
- Dado cualquier *x* tal que, si *x*, es humano, entonces *x* es mortal.
- Dado cualquier *x* tal que, si *x*, es humano, → *x* es mortal.

$$\mathbf{(x)\ [Hx \rightarrow Mx]}$$

En el caso de la proposición ***I***, que afirma que: **Algún humano es mortal**, tal como se ha dicho en líneas arriba, al indicar al *individuo*, dicho individuo no se sustituye por una variable, sino por una constante, por ejemplo <u>s</u>.

La proposición ***I***, puede sucesivamente parafrasearse como:

- Existe al menos un individuo tal que, ese individuo comparte el atributo de ser humano y el atributo de ser mortal.

- Existe al menos un *x* tal que, *x* es humano y *x* es mortal.
- Existe al menos un individuo tal que, *x* es humano ^ *x* es mortal.

(∃x) [Hx^Mx]

En los de palabras Lozano González y Pérez Armendáriz (2016):

> Los cuantificadores lógicos son operadores que se introducirán para delimitar las afirmaciones de propiedades o relaciones a todos o a algunos individuos de un dominio dado. Serán de dos tipos:
>
> 1. *El cuantificador universal o generalizador*. Se simbolizará como ∀. Suele corresponder al sentido de partículas naturales como “todos”, “todo”, “cualquiera”, “cada”, “los”.
> 2. *El cuantificador existencial, particular o particularizador*. Se simbolizará mediante el signo ∃. Este cuantificador se asocia a partículas naturales como “algún”, “algunos”, “al menos un”. (pág. 238)

3.4.1 CUANTIFICADOR UNIVERSAL

Entonces, necesitaremos hacer uso de los cuantificadores universal y existencial para realizar una simbolización completa. El **cuantificador universal** ($\forall$X, o (x)) se emplea para expresar la totalidad de elementos que comparten determinado atributo. Por ejemplo:

Todos los humano son mortales $(\forall x)\ Fx$

La anterior expresión puede leerse de la siguiente manera:

"Dado cualquier *x*, *x* es mortal"

Esto es, cualquier individuo que cumpla los criterios de ser "humano", entonces será "mortal". Esta relación de condicionalidad nos permite identificar al conectivo lógico que determinará el tipo de relación entre individuo y atributo dentro de una fórmula como la siguiente: $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Fx)$

Acabamos pues, de presentar la expresión formal del enunciado categórico *Universal afirmativo* (A), por lo que toca el turno de describir el proceso de formalización del enunciado categórico también *Universal*, pero *negativo* (E):

Ningún humano es mortal

La proposición ***E***, puede sucesivamente parafrasearse como:

- Ante cualquier cosa individual tal que, si es humano entonces no es mortal.
- Ante cualquier *x* tal que, si *x*, es humano, entonces *x* no es mortal.
- Ante cualquier *x* tal que, si *x*, es humano, → *x* no es mortal.

(x) [Hx→~Mx]

De esta manera, estamos en condiciones de expresar cuantificacionalmente los enunciados categóricos cuya relación (de acuerdo al cuadro de oposición aristotélico) es de tipo: <u>contraria</u>. Pues ambas no pueden mantener <u>verdad</u> siendo afirmadas al mismo tiempo:

$$[(\forall x)\ (Hx \to Mx)] \xleftrightarrow{\text{Contrarias}} [(\forall x)\ (Hx \to \sim Mx)]$$

3.4.2 CUANTIFICADOR EXISTENCIAL

La anterior expresión puede leerse de la siguiente manera:

"Para todo *x*, si *x* es humano, entonces *x* es mortal"

Respecto al **cuantificador existencial** (∃x) se emplea para expresar que, hay al menos un elemento del que se predica determinado atributo. Por ejemplo:

Algún humano es mortal (∃x) H*x*

La anterior expresión puede leerse de la siguiente manera:

"Existe al menos un *x*, tal que *x* es mortal"

Esto es, el enunciado asevera que *existe al menos* un individuo que, cumple con los criterios de ser "humano" y, al mismo tiempo ser "mortal". Esta relación de conyuntabilidad nos permite identificar al conectivo lógico que determinará el tipo de relación entre individuo y atributo dentro de una fórmula como la siguiente: (∃x) (Hx^Mx)

La anterior expresión puede leerse de la siguiente manera:

"Existe al menos una *x*, tal que *x* es hombre y *x* es mortal"

Acabamos pues, de presentar la expresión formal del enunciado categórico *Particular afirmativo* (I), por lo que toca el turno de describir el proceso de formalización del enunciado categórico también *Particular*, pero *negativo* (O):

Algún humano no es mortal

La proposición ***O***, puede sucesivamente parafrasearse como:

- Existe al menos un individuo tal que, ese individuo comparte el atributo de ser hombre, pero no el atributo de ser mortal.
- Existe al menos un *x* tal que, *x* es hombre, pero *x* no es mortal.
- Existe al menos un individuo tal que, *x* es hombre ^ ~*x* (no) es mortal.

(∃x) [Hx^~Mx]

De esta manera, estamos en condiciones de expresar cuantificacionalmente los enunciados categóricos cuya relación (de acuerdo al cuadro de oposición aristotélico) es de tipo: <u>sub-contraria</u>.

[(∃x) (Hx^Mx)] $\xleftrightarrow{\text{Sub-contrarias}}$ **[(∃x) (Hx^~Mx)]**

La profundidad del análisis que alcanza la L_1 permite pues, precisar a detalle no solo las relaciones entre individuos y sus atributos, sino el tipo de relación.

Formalicemos pues, los siguientes enunciados categóricos en funciones predicativas de la lógica de primer orden:

A	Todos los humanos son mortales	$(\forall x)\ (Hx \rightarrow Mx)$
E	Ningún humano es mortal	$(\forall x)\ (Hx \rightarrow \sim Mx)$
I	Algún humano es mortal	$(\exists x)\ (Hx \wedge Mx)$
O	Algún humano no es mortal	$(\exists x)\ (Hx \wedge \sim Mx)$

Regresando pues, a nuestro ejemplo principal.

$(\forall x)(Hx \rightarrow Mx)$

Hs

/:. Ms

La forma argumental anterior estaría permitiéndonos realizar un análisis más profundo de los enunciados, a partir de la relación entre individuos y atributos, además de los cuantificadores, ello sin dejar de lado los caminos para demostrar su validez. Pero ten en cuenta que, la demostración de la validez no forma parte de los objetivos de este material, lo que buscamos es trabajar en la representación de las relaciones entre los elementos de un enunciado.

3.5 Razonamiento silogístico

Así como hemos presentado en apartados anteriores un enfoque didáctico para la enseñanza de la formalización de la lógica proposicional, así como los inicios de la simbolización de cuantificadores, partiendo de los elementos básicos de la lógica clásica que, ha sido objeto de tratamiento en: *Silogística aristotélica y cuadro de oposición. Herramienta complementaria para la didáctica de la lógica* (Ruiz Rincón D. L., 2019). Mostrando con ello el poder expresivo del L_1 a partir del análisis de las relaciones entre individuos y atributos en los enunciados categóricos, y el explicitación de la dimensión cuantitativa mediante el uso de los cuantificadores $\forall$ y $\exists$.

Empleamos la silogística como parte de nuestra estrategia didáctica pues, partimos del supuesto que la transición hacia el lenguaje formal puede resultar más natural si partimos de la lógica clásica a la lógica de primer orden. Precisamente, enfatizando en la explicitación de los elementos presentes en los enunciados categóricos singulares y generales; esto es, las partes que la componen: sujeto (S), como los individuos, y predicado (P), como los atributos.

Al respecto, recordemos que,

> Las figuras silogísticas se identifican en los enunciados que operan como premisas. Si recordamos que la estructura del silogismo cuenta con: premisa mayor, premisa 62 | P á g i n a menor y conclusión; la figura será identificada a partir del roll que desempeñen los términos en cada premisa. (Ruiz Rincón D. L., 2019, págs. 61-62)

Tal como se muestra en el siguiente cuadro, en el que se presentan las *formas* silogísticas, de acuerdo a cada grupo de figuras:

	Figura 1	**Figura 2**	**Figura 3**	**Figura 4**
FORMAS	1-AAA	2-AEE	3-AII	4-AEE
	1-EAE	2-EAE	3-IAI	4-IAI
	1-AII	2-AOO	3-EIO	4-EIO
	1-EIO	2-EIO	3-OAO	

En este sentido, lo que tenemos que tener presente es: <u>el orden que deberán tener los términos </u>(S-P) <u>en cada uno de los enunciados categóricos, según la figura correspondiente:</u>

FIGURAS VÁLIDAS DE SILOGISMOS CATEGÓRICOS DE FORMA ESTÁNDAR			
<u>FIGURA 1</u>	<u>FIGURA 2</u>	<u>FIGURA 3</u>	<u>FIGURA 4</u>
M - P S - M	P - M S - M	M - P M – S	P - M M - S

Veamos, por poner un ejemplo distinto al que hemos usado hasta el momento:

Forma: **FERISON - EIO**

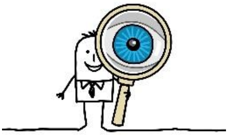
Figura: **3 - P-M, S-M**[7]

Expresión en el lenguaje natural:

Ningún soltero es casado

Algún médico es casado

Luego, algún médico no es soltero



Observa con atención ahora el siguiente ejemplo:

Se han presentado, en la literatura, algunas especies de *contraejemplos* a la silogística, intentando evidenciar algún tipo

[7] Para mayor claridad, no dejes de consultar: *Silogística aristotélica y cuadro de oposición. Herramienta complementaria para la didáctica de la lógica* (Ruiz Rincón D. L., 2019).

de falta de vigencia. Pero aquel lógico formado, podrá con facilidad reconocer el engaño. Veamos:

Todos los hombres son mortales

Laura es mortal

Luego, Laura es hombre

El ejemplo anterior no ha sido construido siguiendo las reglas para la construcción del silogismo categórico de forma estándar, y un “ojo entrenado” identificaría casi inmediatamente el error. Pero siempre hay formas de notarlo. Demos pues, un repaso por la formalización en el siguiente apartado.

Hemos expuesto, en nuestro apartado anterior 2 ejemplos:

1) **Ningún soltero es casado**
Algún médico es casado
Luego, algún médico no es soltero

2) **Todos los hombres son mortales**
Laura es mortal
Luego, Laura es hombre

También hemos establecido que, mientras el primer ejemplo ha sido construido siguiendo las reglas para la construcción de silogismos categóricos de forma estándar, el segundo no.

Ahora, si formalizamos ambos argumentos siguiendo los principios de la lógica proposicional o L_0, nos quedaría lo siguiente:

1) **~P**
Q
:. ~R

Ningún soltero es casado	**= ~P**
Algún médico es casado	**=Q**
Luego, algún médico no es soltero	**=~R**

2) **P**
Q
:. R

Todos los hombres son mortales	**=P**
Laura es mortal	**=Q**
Luego, Laura es hombre	**=R**

Tal como hemos expuesto en apartados anteriores, la riqueza expresiva que nos ofrece la Lógica de predicados o L_1, respecto a este tipo de expresiones lingüísticas, nos permite hacer un análisis lógico de mayor profundidad. Por ello, ahora formalizaremos los mismos ejemplos, pero a partir de los principios de la lógica cuantificacional, tal como hemos ejemplificado arriba

1) $[(\forall x)(Sx \rightarrow \sim Cx)]$

$[(\exists x)(Mx \wedge Cx)]$

$:.\ [(\exists x)(Mx \wedge \sim Sx)]$

Ningún soltero es casado = $[(\forall x)(Sx \rightarrow \sim Cx)]$

Algún médico es casado = $[(\exists x)(Mx \wedge Cx)]$

Luego, algún médico no es soltero =$[(\exists x)(Mx \wedge \sim Sx)]$

2) $[(\forall x)(Hx \rightarrow \sim Mx)]$

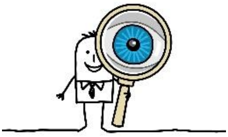
Ml

:. Hl

Todos los hombres son mortales =$[(\forall x)(Hx \rightarrow \sim Mx)]$

Laura es mortal =**Ml**

Luego, Laura es hombre =**Hl**



Ojo, recuerda que:

“La demostración de la validez no forma parte de los objetivos de este material, lo que buscamos es trabajar en la representación de las relaciones entre los elementos de un enunciado”.

Sin embargo, para fines expositivos precisaremos los errores que contiene nuestro segundo ejemplo, dado que es posible demostrar la validez de la forma argumental de nuestro primer ejemplo en, al menos, 12 premisas. Esto es, haciendo uso de la *instanciación universal y existencial* (I.U. e I. E.), así como de reglas de inferencia y de reemplazo, mediante una prueba formal directa, es posible determinar la forma de este argumento como válida, cerrando con la *generalización existencial* (G.E.). Pero nuestro segundo ejemplo, contiene un par de falacias (errores de razonamiento), de tipo formal como informal.

Respecto a la falacia informal, referiremos que, se está cometiendo un tipo de *falacia de ambigüedad*, específicamente la llamada "falacia de anfibología", que se define como:

> (…) Falacia en la que una combinación imprecisa o inapropiada de palabras se puede interpretar en más de una forma; el argumento contiene una premisa basada en una interpretación, mientras que la conclusión depende de una interpretación diferente. (Copi & Cohen, 2011, pág. 188)

Esto puede detectarse cuando, en la primera premisa del silogismo aludido, el término "hombre" se usa en el <u>sentido de especie</u> (como humano); mientras que, en la conclusión, el mismo término "hombre", es ahora utilizado en el <u>sentido de género</u> (como varón). Esta es una de las razones por las que es necesario estudiar lógica, nos dediquemos o no al ámbito de la filosofía; para evitar que nos engañen.

Por otro lado, la falacia formal puede identificarse desde la estructura de la forma argumental, específicamente en la expresión con la lógica de primer orden. La falacia formal presente se conoce como: **afirmación del consecuente**. Esto significa que, el argumento sostiene que, al afirmar que, Laura es Mortal (el consecuente de la primera premisa –ser mortal-) se sigue que, Laura sea hombre.

3.6 Actividades integradoras

El siguiente grupo de actividades se diseñan con la finalidad de que nuestros lectores pongan en práctica los conocimientos adquiridos a través de la lectura de esta pequeña obra. Los ejercicios van incrementando el nivel de dificultad conforme van siendo completados, pero ello no significa, de ninguna manera, que no puedan ser realizados o que, requieran un nivel de especialización en el ámbito de la lógica.

Si haz llevado tu lectura hasta este punto, te será sin lugar a dudas, sencillo realizar cada uno de los ejercicios, estructurados de tal forma que seas tú quien vaya diseñando los ejemplos o casos que te sean significativos o relevantes.

No olvides siempre contrastar tus respuestas con las de tus compañeras y compañeros, o incluso con tus docentes, que sin lugar a dudas van a poder acompañarte y asesorarte cuando lo necesites.

3.6.1 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN ∀

a) A partir del tipo de enunciado (A, E) que se indican en la columna de extrema izquierda, completa el enunciado categórico a partir del individuo marcado. No olvides precisar la cantidad, afirmando o negando, según sea el caso:

Tipo	Cant.	Individuo	Verbo	Atributo
E	*Ningún*	helado	*es*	*elaborado por Umpa Lumpas*
A	*Todos los*	alemanes	*son*	*emocionalmente distantes*
A		gas		
E		legumbre		
A		átomos		
A		teorías		
E		abogado		
E		deporte		
A		filósofas		
E		burócrata		
A		mujeres		
A		libros		
E		museo		
A		fotógrafos		
E		automóvil		
E		criminal		
A		papelería		
A		celulares		
A		empiristas		
E		racionalista		

b) Con los enunciados que has construido en el ejercicio anterior, realiza las formalizaciones correspondientes a la Lógica de Primer Orden (cuantificacional) según sea el caso:

#	Proposición compuesta	Formalización
1	Ningún helado es elaborado por Umpa Lumpas	$[(\forall x)(Hx \rightarrow \sim Ux)]$
2	Todos los alemanes son emocionalmente distantes	$[(\forall x)(Ax \rightarrow Dx)]$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

3.6.2 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN ∃

a) A partir del tipo de enunciado (I, O) que se indican en la columna de extrema izquierda, completa la afirmación categórica marcando los atributos correspondientes. No olvides precisar la cantidad, afirmando o negando, según sea el caso:

Tipo	Cant.	Individuo	Verbo	Atributo
I	*Algún*	estudiante	*es*	*un prometedor filósofo*
O	-------	José	*no es*	*un deportista*
O				
I				
O				
O				
I				
O				
I				
O				
O				
I				
I				
O				
I				
O				
I				
O				
O				
I				

b) Con los enunciados que has construido en el ejercicio anterior, realiza las formalizaciones correspondientes a la Lógica de Primer Orden (cuantificacional) según sea el caso:

#	Proposición compuesta	Formalización
1	Algún estudiante es un prometedor filósofo	$[(\exists x)(Ex \rightarrow Fx)]$
2	José no es un deportista	$\sim Dj$
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

3.6.3 EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN DE SILOGISMOS

a) Sirviéndote de la siguiente tabla, en la que se presentan las 15 formas válidas de silogismos categóricos de forma estándar y, siguiendo el orden marcado por la figura, elabora un ejemplo de cada silogismo, así como su respectiva formalización:

FORMA/ FIGURA	**SILOGISMO**	**FORMALIZACIÓN**
1-AAA	*Todos los filósofos son sociables* *Todos los eruditos son filósofos* *Luego, todos los eruditos son sociables*	$[(\forall x)(Fx \rightarrow Sx)]$ $[(\forall x)(Ex \rightarrow Fx)]$ $[(\forall x)(Ex \rightarrow Sx)]$
1-EAE		
1-AII		
1-EIO		
1-AAA		
2-AEE		

2-EAE		
2-AOO		
2-EIO		
3-AII		
3-IAI		
3-EIO		
3-OAO		
4-AEE		
4-IAI		
4-EIO		

b) Construye las premisas y la conclusión en su expresión formal del L_1, tal como el siguiente ejemplo (no olvides distinguir la columna que corresponda a las premisas y la que corresponda a la conclusión):

FORMA/ FIGURA	PREMISAS	CONCLUSIÓN
1-AAA	[(∀*x*)(F*x*→S*x*)] [(∀*x*)(E*x*→F*x*)]	[(∀*x*)(E*x*→S*x*)]
1-EAE	[(∀*x*)(P*x*→~Q*x*)] [(∀*x*)(R*x*→P*x*)]	[(∀*x*)(R*x*→~Q*x*)]
1-AII		
1-EIO		
1-AAA		
2-AEE		
2-EAE		
2-AOO		
2-EIO		
3-AII		
3-IAI		
3-EIO		
3-OAO		
4-AEE		
4-IAI		
4-EIO		

Referencias

Aristóteles. (1983). *Tratados de Lógica (Órganon). Categorías, Tópicos y Refutaciones Sofísticas* (Vol. I). (M. Candel Sanmartín, Trad.) Madrid, España: Gredos.

Aristóteles. (1995). *Tratados de Lógica (Órganon). Sobre la interpretación, Analíticos Primeros y Analíticos Segundos* (115 ed., Vol. II). (M. Candel Sanmartín, Trad.) Madrid, España: Gredos.

Copi, I. C., & Cohen, C. (2011). *Introducción a la Lógica.* México: Limusa.

Copi, I. M. (1979). *Lógica Simbólica.* México: Compañía Editorial Continental, S.A. DE C.V.

Copi, I. M., & Cohen, C. (2013). *Introducción a la lógica* (2a ed.). México: Limusa.

Dión Martínez, C. (1998). *Curso de Lógica.* México: McGraw-Hill.

Fernández de Castro, M. (1996). *Lógica elemental.* México: UAM-I.

Fuerte Pérez, J. A. (2001). *Taller de lógica. Guía de texto I.* México: SIGSA.

Gamut, L. (2002). *Introducción a la Lógica. EUDEBA.* Buenos Aires, Argentina.

Quesada, D. (1995). Lógica clásica de primer orden. En J. M. Carlos E. Alchourrón, *Lógica.* Madrid: Trotta.

Ruiz Rincón, D. L. (2017). Elementos Básicos de la Lógica Matemática. En D. L. Ruiz Rincón, M. A. Cañas

Muñoz, y L. A. Canela Morales, *Breve Manual de Lógica Matemática. Herramienta básica para el análisis lógico de argumentos* (págs. 1-38). Tuxtla Gutiérrez: UNACH.

Ruiz Rincón, D., Cañas Muñoz, M. A., y Canela Morales, L. A. (2017). *Breve Manual de Lógica Matemática. Herramienta básica para el análisis lógico de argumentos.* (D. L. Ruiz Rincón, Ed.) Tuxtla Gutiérrez: UNACH.